

АНОМАЛЬНАЯ ДИФФУЗИЯ В ДИНАМИКЕ СЛОЖНЫХ ПРОЦЕССОВ

*С.Ф. Тимашев, **Ю.С. Поляков, ***П.И. Мисуркин, *С.Г. Лакеев

*Научно-исследовательский физико-химический институт им. Л.Я. Карпова, Москва

**USPolyResearch, Ashland, PA 17921, USA

***Институт химической физики им. Н.Н. Семенова РАН

Аномальная диффузия [1-5] – диффузионный процесс, для которого среднеквадратичное отклонение от среднего значения за время τ состояний V системы, изменяющихся вдоль всей совокупности возможных состояний ($-\infty < V < \infty$), представляется как:

$$\langle (\Delta V)^2 \rangle_{pdf} = 2Dt_0(\tau/t_0)^{2H_1}. \quad (1)$$

Здесь D – коэффициент диффузии, t_0 – характеристическое время, H_1 – показатель Херста, а соответствующее усреднение, обозначаемое символом $\langle \dots \rangle_{pdf}$, рассчитывается при введении плотности $W(V, t)$ вероятности (probability density function – *pdf*) нахождения системы в заданном интервале состояний. При этом полагается, что система находилась в начальный момент времени $\tau = 0$ в окрестности состояния («точки») $V = 0$. Фиковская диффузия ($H_1 = 1/2$) соответствует случайным изменениям («random walk») состояний системы, происходящим с некоторым характерным масштабом δV величин «элементарных скачков» при переходе системы между смежными состояниями и характерной длительностью δt пребывания системы в каждом из состояний. Однако если такие изменения состояний стохастически перемежаются скачками аномально большей величины, нежели δV , при тех же характерных длительностях δt пребывания системы в заданном состоянии, то в этом случае имеет место так называемая супердиффузия («диффузия Леви», «полеты Леви»), при которой $H_1 > 1/2$. Если же изменения состояний стохастически перемежаются скачками с аномально длительным, значительно превосходящим δt временем пребывания в некоторых состояниях («острова стабильности» [3]) при тех же характерных величинах δV скачков, то в этих случаях имеет место субдиффузия, когда $H_1 < 1/2$.

Для описания аномальных «по Фику» диффузионных процессов можно использовать уравнения диффузии с постоянным коэффициентом диффузии, содержащие вместо частных производных по времени и координате производные дробного порядка (см. подробнее [1]). При этом для представления процессов субдиффузии вместо частной производной 1-го порядка по времени вводится дробная производная порядка α ($0 < \alpha < 1$), а при описании процессов супердиффузии вместо частной производной 2-го порядка по координате вводится дробная производная порядка β ($0 < \beta < 2$) [1-5]. При этом в случае субдиффузии параметр H_1 изменяется в пределах $0 < H_1 < 1/2$, а при супердиффузии – в пределах $1/2 < H_1 < 1$. Однако показатель Херста H_1 может превосходить единицу, если анализируемый процесс более сложен и описывается, например, зависящим от координаты коэффициентом диффузии.

К настоящему времени накоплено много данных о соответствии разнообразных случайных «блужданий» зависимости (1). Наиболее известный пример – диффузия частиц в турбулентном потоке (т.н. диффузия Ричардсона) [5], которая описывается зависимостью (1) при $H_1 = 3/2$. Есть примеры проявления аномальной диффузии при переносе заряда в полупроводниках, в динамике полимерных систем, при массопереносе в пористых стеклах, в квантовой оптике.

В данной работе показано, что проявления аномальной диффузии в реальных процессах более разнообразны, чем это принято считать. В частности, в динамике многих природных процессов, представляемой временными рядами – изменяющимися во времени t значениями измеряемых переменных $V(t)$, могут быть выделены хаотические составляющие, эволюционная динамика которых описывается соотношениями, характерными для аномальной диффузии. При этом, конечно, наряду с хаотическими «случайными блужданиями», характеризующими скачкообразные изменения значений динамических переменных $V(t)$ под воздействием хаотически изменяющихся сторонних факторов, в динамике анализируемых процессов проявляются и другие составляющие. Здесь имеется в виду набор специфических для каждого природного процесса более низкочастотных, нежели стохастические изменения значений $V(t)$, «резонансов» и их интерференционных вкладов, а также более высокочастотных «всплесковых» хаотических составляющих [6].

Проблемы эффективного выделения вкладов указанных регулярных («резонансных») и хаотических составляющих с определением совокупности соответствующих информационных параметров разрешаются в общем феноменологическом подходе к анализу сложных сигналов $V(t)$ – фликкер-шумовой спектроскопии (ФШС) [6-9]. ФШС ориентирована на анализ динамики открытых

природных систем, в которых наряду с нелинейностью реализующихся взаимодействий неизбежно проявляются эффекты диссипации и инерционности фрагментов подсистем на каждом уровне их пространственно-временной иерархии. В этих условиях, как показали многочисленные компьютерные расчеты, временная динамика реализуется в форме перемежаемости (*intermittency*), проявляясь в последовательном чередовании резких изменений величин динамических переменных на малых интервалах времени и относительно небольших вариаций этих значений на протяженных интервалах [10, 11]. Сущность ФШС как общего феноменологического подхода к извлечению информации, содержащейся в сложных хаотических сигналах разной сущности, состоит в придании информационной значимости нерегулярностям анализируемых сигналов $V(t)$ – всплескам, скачкам, изломам производных различных порядков на каждом временном уровне иерархической организации исследуемой динамики. Для определения вкладов регулярных составляющих и описания совокупных свойств каждого из типов нерегулярностей с введением соответствующих параметров анализируются «спектры мощности» $S(f)$ (f – частота) и переходные разностные моменты $\Phi^{(2)}(\tau)$ (τ – параметр временной задержки) 2-го порядка.

Основное отличие ФШС от иных методов анализа хаотических сигналов (см., например, [12]) состоит именно в введении информационных параметров, характеризующих составляющие исследуемых сигналов в разных диапазонах частот, и реализации необходимых процедур для выделения таких параметров. И поэтому именно использование ФШС анализа, позволяющего выделить из анализируемого сигнала хаотические составляющие, соответствующие «случайному блужданию» измеряемых величин $V(t)$ на фоне относительно более медленно изменяющихся регулярных («резонансных») составляющих, позволяет убедиться в том, что динамика таких случайных блужданий в пределе малых времен действительно может характеризоваться зависимостью (1), свойственной аномальной диффузии.

Из информационных «паспортных» характеристик анализируемой эволюции, извлекаемых из сопоставления расчетных и полученных на основе экспериментальных данных зависимостей $S(f)$ и $\Phi^{(2)}(\tau)$, прежде всего, выделим величину среднеквадратичного отклонения σ переменной $V(t)$ от «базовой» низкочастотной зависимости как меру скачкообразных изменений хаотической составляющей, а также меру $S(0)$ «всплесковых» нерегулярностей в эволюционной динамике. Помимо указанных, в качестве параметров, характеризующих индивидуальность анализируемой эволюционной динамики, вводятся константа Херста H_1 , характеризующая скорость, с которой динамическая переменная теряет «память» о своей величине на временных

интервалах, меньших времени T_1 полной потери «памяти» о полученном при измерении в некоторый момент времени значении динамической переменной (корреляционное время для «скачков»), а также фликкер-шумовой параметр n_0 , характеризующий скорость потери корреляционных связей в последовательности «всплесков» на временных интервалах T_0 (корреляционное время для «всплесков»).

В данном сообщении приводятся примеры анализа хаотических сигналов, демонстрирующие приведенное утверждение о широком проявлении аномальной диффузии в разнообразных процессах. Как отмечалось выше, во всех известных данных о проявлениях аномальной диффузии имеется в виду соответствие зависимости (1), характеризующей процесс, при котором возможно достижение произвольных значений $V(t)$. Приводимые же ниже примеры расширяют область проявления аномальной диффузии на случаи, когда для флуктуационных изменений динамической переменной по прошествии некоторого интервала T_1 времени устанавливаются конечные значения среднеквадратичного отклонения, и соотношение (1) может выполняться лишь при относительно небольших временных интервалах $\tau \ll T_1$.

Согласно [6-9], динамика случайных изменений («блужданий») измеряемых величин $V(t)$ связывается с хаотической составляющей функции $\Phi^{(2)}(\tau)$, определяемой как «разностный момент» или «структурная функция» второго порядка:

$$\Phi^{(2)}(\tau) = \left\langle [V(t) - V(t + \tau)]^2 \right\rangle_{T-\tau} \equiv \left\langle \Delta V(\tau)^2 \right\rangle_{T-\tau}, \quad \langle Q(t, t_1) \rangle_T = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} Q(t, t_1) dt. \quad (2)$$

Здесь T – временной интервал, на котором рассматривается процесс и по которому осуществляется усреднение. Полагаем также, что параметр τ временной задержки изменяется в пределах $0 \leq \tau \leq \tau_{\max} \leq T/2$. Выражение $\Phi_c^{(2)}(\tau)$ для хаотической составляющей зависимости (2) в простейшем случае, когда вводится лишь один характерный масштаб в последовательности нерегулярностей рассматриваемого сигнала – «скачков» и «всплесков» имеет вид [6-9]:

$$\Phi_c^{(2)}(\tau) \approx 2\sigma^2 \cdot \left[1 - \Gamma^{-1}(H_1) \cdot \Gamma(H_1, \tau/T_1) \right]^2, \quad (3)$$

$$\Gamma(s, x) = \int_x^{\infty} \exp(-t) \cdot t^{s-1} dt, \quad \Gamma(s) = \Gamma(s, 0).$$

Здесь $\Gamma(s)$ и $\Gamma(s, x)$ – соответственно гамма-функция и неполная гамма-функция ($x \geq 0$ и $s > 0$); σ – среднеквадратичное отклонение измеряемой динамической переменной с размерностью $[V]$; параметры H_1 и T_1 были определены выше.

Указанное соотношение функции $\Phi^{(2)}(\tau)$ к зависимости (1), описывающей процесс аномальной диффузии, следует из рассмотрения соответствующего асимптотического выражения для (3) в пределе $\tau \ll T_1$:

$$\Phi_c^{(2)}(\tau) = 2\Gamma^{-2}(1+H_1) \cdot \sigma^2 \left(\frac{\tau}{T_1} \right)^{2H_1}, \quad \text{если } \frac{\tau}{T_1} \ll 1. \quad (4)$$

Из сопоставления (4) и (1) следует, что параметр Херста H_1 одинаков в обоих случаях (первоначально константе Херста придавался иной смысл [13]). При этом в качестве величины характеристического времени t_0 естественно выбирать параметр T_1 . Тогда получаем искомую связь коэффициента D аномальной диффузии с введенными феноменологическими ФШС параметрами [9]:

$$D = \frac{1}{\Gamma^2(1+H_1)} \cdot \frac{\sigma^2}{T_1}. \quad (5)$$

Выпишем асимптотическое выражение для (3) в стационарном пределе больших времен задержки $\tau \gg T_1$:

$$\Phi_c^{(2)}(\tau) = 2\sigma^2 \left[1 - \Gamma^{-1}(H_1) \cdot \left(\frac{\tau}{T_1} \right)^{H_1-1} \exp\left(-\frac{\tau}{T_1}\right) \right]^2, \quad \text{если } \frac{\tau}{T_1} \gg 1. \quad (6)$$

Очевидно, что для учета такой возможности установления конечного значения среднеквадратичного отклонения при флуктуационных изменениях динамической переменной по прошествии некоторого интервала T_1 времени необходимо рассматривать диффузионное уравнение для величины плотности вероятности $W(V, \tau)$ изменения в течение времени τ случайной величины V не на бесконечном, а на конечном «интервале» $[-K, +K]$, которое в простейшем, Фиковском случае имеет вид:

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} = D \frac{\partial^2 W}{\partial V^2} \quad (7)$$

при выполнении на границах указанного интервала условий «отражения»:

$$\frac{\partial W}{\partial V} = 0 \quad \text{при } V = -K \text{ и } V = +K, \quad (8)$$

а также «начального условия»:

$$W(V, 0) = \delta(V). \quad (9)$$

Не останавливаясь на рассмотрении этой задачи (см. [9]), укажем здесь, что в рассматриваемом случае Фиковской диффузии ($H_1 = 0.5$) ФШС параметр σ связывается с величиной $2K$ вводимого интервала: $K^2 = 6\sigma^2$. В случае аномальной диффузии характер связи σ^2 с «областью локализации» $2K_a$ должен сохраниться, хотя численный множитель может быть другой:

$$K_a^2 = b\sigma^2, \quad (10)$$

где b – безразмерный параметр.

Ниже на ряде примеров (рис. 1-4) показано, как в динамику хаотических изменений измеряемых сигналов (вариаций электрического потенциала в электромембранной системе в режиме запредельного тока [6, 7]; динамики рентгеновского излучения аккрецирующей двойной звездной системы [6]; динамики нейромагнитного отклика коры головного мозга на воздействия цветового мерцающего стимула [9, 14]; флуктуирующих профилей фрагмента поверхности магнетитного покрытия [15]) «вписываются» представления об аномальной диффузии. Вся информация об анализируемых сигналах представляется в подписях к рис. 1-4 (см. также указанные ссылки). Все представленные на рис. 1-4 данные показывают, что выделение из хаоса измеряемой динамической переменной зависимости, характерной для аномальной диффузии, оказывается возможным вследствие ФШС процедур извлечения из анализируемых сигналов информации, относящейся к различным частотным составляющим сигналов. Следует обратить внимание, что один из анализируемых хаотических сигналов (рис. 4) – пространственный ряд, сформированный при исследовании методом атомно-силовой микроскопии (АСМ) сложного рельефа поверхности антикоррозионного магнетитного покрытия на низкоуглеродистой стали [15]. При анализе пространственных АСМ рядов в качестве динамической переменной выступает высота $h(x)$ профиля поверхности, измеряемого вдоль пространственной координаты x на величине L «окна» АСМ изображения, и также рассматриваются спектр мощности $S(f_x)$ (f_x – пространственная частота) и структурная функция $\Phi_c^{(2)}(\Delta)$ (Δ – пространственное смещение). В этом случае по аналогии с временными параметрами ФШС T_0 и T_1 вводятся пространственные параметры L_0 и L_1 .

При ФШС анализе сложных рельефов поверхности хаотическая составляющая $\Phi_c^{(2)}(\Delta)$ структурной функции $\Phi^{(2)}(\Delta)$ характеризует динамику случайных скачкообразных изменений динамических переменных – высот h профилей рельефа при изменении параметра Δ . Неожиданным результатом процедур нахождения ФШС параметров оказалась возможность формального представления $\Phi_c^{(2)}(\Delta)$ в виде зависимостей, характерных для процесса случайного блуждания во времени («random walk») и свойственных «аномальной» диффузии (см. ниже кривую 4 на рис. 4d), несмотря на то, что в качестве аргумента структурной функции вводится не время, а величина пространственного сдвига Δ . При этом формально вводимые коэффициенты диффузии выражались через определяемые ФШС параметры.

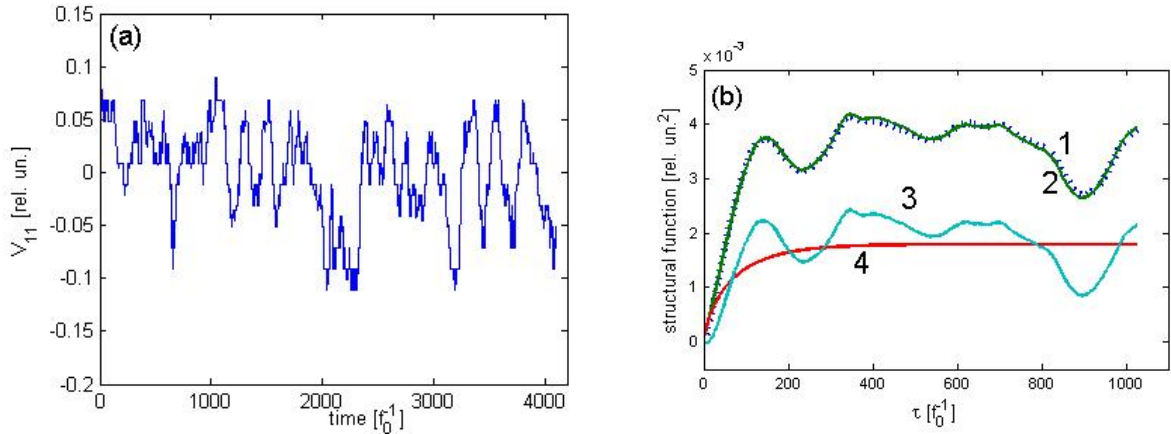


Рис. 1. Вариации электрического потенциала $V_{11}(t)$ на 11-м микроэлектроде в электромембранной системе в режиме запредельного тока в течение интервала времени $T = 4096 f_0^{-1} \approx 41$ с (частота дискретизации $f_0 = 100$ Hz, водный раствор 50 mM NaCl при плотности тока $j = 25$ mA/sm²) [1]: (a) фиксируемый сигнал; (b) структурная функция $\Phi^{(2)}(\tau)$: кривая 1 - эксперимент, кривая 2 - вычисленная интерполяция, представляющая собой сумму низкочастотной («резонансной») компоненты (кривая 3) и хаотической («аномальная диффузия») компоненты (кривая 4) при значениях параметров: $\sigma = 0.03$ отн.ед.; $H_1 = 0.35$; $T_1 = 121.3 f_0^{-1} \approx 1.2$ с; $D \approx 7.5 \cdot 10^{-4}$ (отн.ед.)²/с. Другие ФШС параметры: $S_{cS}(0) = 0.17$ отн.ед.; $n_0 = 2.09$; $T_0 = 49.4 f_0^{-1} \approx 0.49$ с.

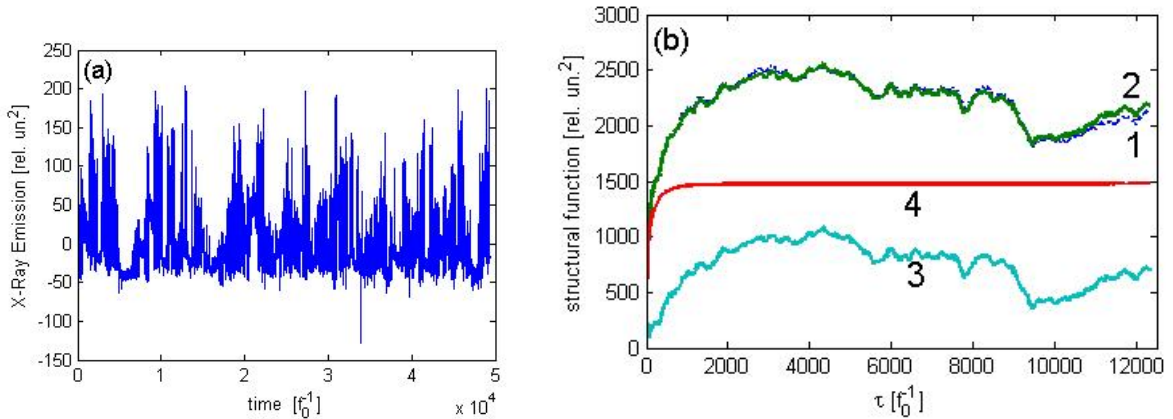


Рис. 2. Динамика рентгеновского излучения аккрецирующей двойной звездной системы GRS 1915+105 (звезда-донор с массой $M_d = 1.2 \pm 0.2 M_\odot$, вращающаяся вокруг черной дыры с массой $M_{bh} = 14 \pm 4 M_\odot$) в период с 01 января 1996 г. до 31 января 2005 г. (частота дискретизации $f_0 = \Delta t_{grs}^{-1} = (106 \text{ мин})^{-1}$ [<http://xte.mit.edu/lcextrct/asmsel.html>]): (a) исследуемый сигнал; (b) - обозначения те же, что на рис. 1 при значениях ФШС параметров: $\sigma = 27.1$ отн.ед.; $H_1 = 0.13$; $T_1 = 396 f_0^{-1} \approx 26.4$ сут; $D \approx 27.8 \cdot (\text{отн.ед.})^2 / \text{сут}$. Другие ФШС параметры: $S_S(0) = 5.57 \cdot 10^5$ отн.ед.; $n_0 = 1.13$; $T_0 = 568.5 \Delta t_{grs} \approx 41.8$ сут.

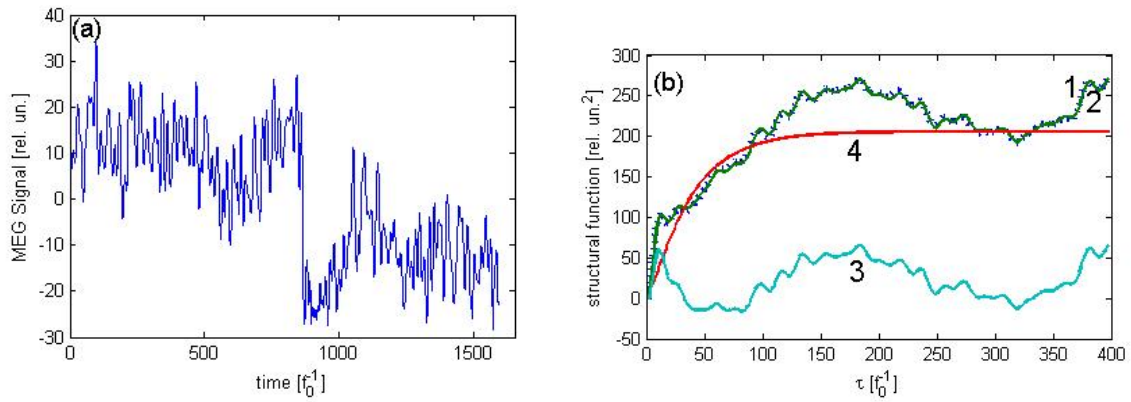
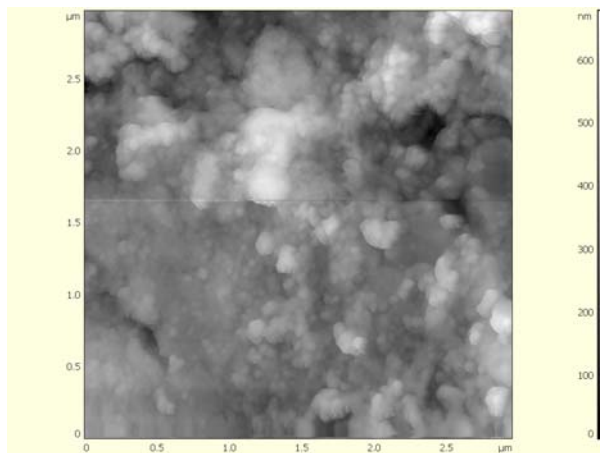
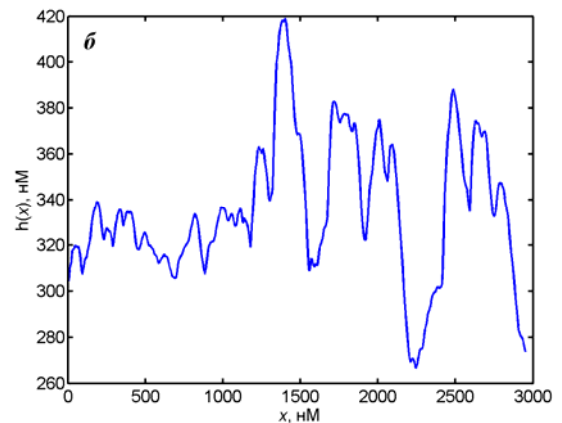


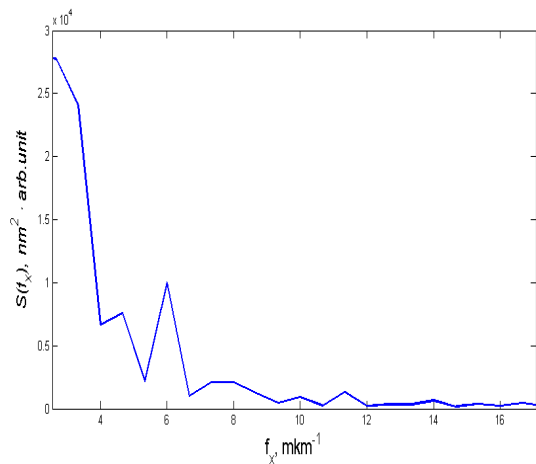
Рис. 3. Динамика нейромагнитного отклика коры головного мозга (магнетоэнцефалограммы, МЭГ) на воздействия цветowego мерцающего стимула РВ (красный-синий) в течение $T = 3.2$ с, фиксируемая у 9-го испытуемого [12, 13] в области сенсора N 10, локализованного на скальпе в области лобной доли коры головного мозга (экспериментальные данные получены с использованием СКВИД-сенсоров, регистрирующих слабые градиенты магнитной индукции $\sim 10^{-11}$ - 10^{-10} Т/см, генерируемые корой головного мозга). Частота дискретизации МЭГ сигналов 500 Гц. (a) исследуемый сигнал; (b) – обозначения те же, что на рис. 1 при значениях ФШС параметров: $\sigma = 10.1$ отн.ед.; $H_1 = 0.67$; $T_1 = 7.5 \cdot 10^{-2}$ с; $D \approx 1.36 \cdot 10^3$ (отн.ед.)² / с. Другие ФШС параметры: $S_{cS}(0) = 1.74 \cdot 10^4$ отн.ед.; $n_0 = 2.2$; $T_0 = 7.4 \cdot 10^{-2}$ с.



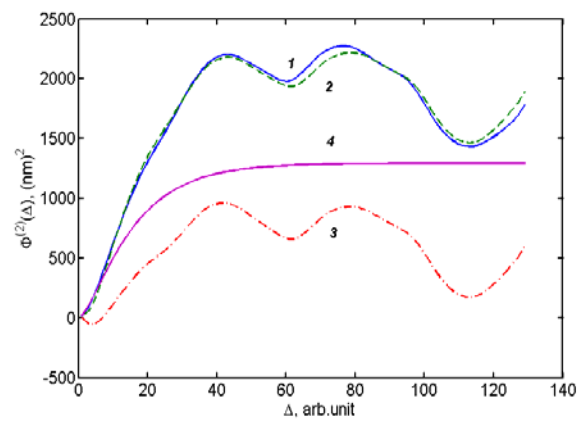
a



b



c



d

Рис. 4. Пример ФШС параметризации АСМ изображения фрагмента ($3 \times 3 \text{ мкм}^2$) поверхности магнетитного покрытия, формируемого на низкоуглеродистой стали в течение 3 мин в оксидирующем растворе состава 20 г/л NH_4NO_3 + 150 мг/л $(\text{NH}_4)_2\text{S}_2\text{O}_8$. Использовался атомный силовой микроскоп Solver P-47 (NT-MDT, Россия), изображения получены в полуконтактной моде (tapping mode) с использованием кремниевых зондов серии NSG 11 (тип B, резонансная частота 150 кГц, радиус закругления 10 нм). Число сканов (строк) оцифрованных профилей рельефа (при 512 измеряемых значениях h при перемещении зонда вдоль каждого скана) при формировании изображения равнялось 512, так что общий массив измеряемых значений составлял 512×512 точек. Исходное АСМ изображение разделялось на 8 равных полос в направлении движения кантилевера, затем формировались усредненные по полосам профили h_i рельефа (нумерация – от верхней части изображения). (a) исследуемое изображение; (b) – усредненный профиль h_4 рельефа; (c) – спектр мощности в области низких пространственных частот, на основе которого рассчитывалась «резонансная» составляющая структурной функции (кривая 3 на рис. 4 d); (d) – обозначения те же, что на рис. 1 b при значениях ФШС параметров: $\sigma = 25 \text{ нм}$; $H_1 = 0.8$; $L_1 = 78 \text{ нм}$; $D_h \approx 8 \cdot 10^3 (\text{нм})^2 / \text{мкм}$. Другие параметры: $S(0) = 448 (\text{нм})^2 \cdot \text{мкм}$; $n_0 = 2.04$; $L_0 = 138 \text{ нм}$.

Для понимания этого феномена и представления $\Phi_c^{(2)}(\Delta)$ в виде зависимостей, соответствующих аномальной диффузии, введем динамическую переменную $h(x; t)$, характеризующую стохастические скачкообразные изменения высот профиля рельефа вдоль скана с размером L в процессе формирования сложной поверхностной структуры. Для стационарного диффузионного процесса изменение во времени введенной динамической переменной $h(x; t)$ в некоторой точке x скана коррелирует с изменением во времени этой переменной $h(x + \Delta; t)$ в точке $x + \Delta$ скана, смещенной относительно точки x на величину Δ (полагаем $\Delta > 0$), если эта величина не превосходит длину корреляции L_1 . В условиях стационарного процесса естественно полагать, что корреляционные взаимосвязи динамических переменных $h(x; t)$ и $h(x + \Delta; t)$ имеют тот же характер, как и корреляционные взаимосвязи между динамическими переменными $h(x; t)$ и $h(x; t + \tau)$ в одной фиксированной точке скана, реализующиеся в моменты времени t и $t + \tau$ (полагаем $\tau > 0$), если $\tau < T_1$, где T_1 – соответствующее время корреляции. Данное предположение означает существование линейной взаимосвязи $\tau = \Delta/U$ ($U = \text{const}$), где величина U не зависит от конкретных значений τ и Δ в указанных интервалах коррелированности, так что $T_1 = L_1/U$, и имеет смысл скорости распространения вдоль поверхности «возбуждения», исходящего от места локальной перестройки и инициирующего перестройку рельефа поверхности в L_1 -окрестности. Фактически, сделанное предположение можно рассматривать как аналог гипотезы Тейлора для «интенсивной» турбулентности (см. [16], с. 279 и [17], с. 63-64), когда зависимость локальной скорости от времени в фиксированной точке пространства отождествляется с пространственной зависимостью скорости в системе отсчета,

связанной со средним потоком. В этом случае соответствующая величина скорости U среднего потока допускает непосредственное определение при расчете соответствующих ФШС кросс-корреляторов [6] на основе экспериментально измеряемых временных зависимостей скорости в пространственно разнесенных точках.

Принятие гипотезы о корреляционной взаимосвязи стохастических изменений высоты формирующегося рельефа поверхности в пространственно разнесенных точках оказывается достаточным для установления связи хаотической составляющей $\Phi_c^{(2)}(\Delta)$ структурной функции $\Phi^{(2)}(\Delta)$ с «диффузионным» процессом изменения высот h профиля рельефа в каждой точке поверхности. Как и при рассмотрении временной динамики, в данном случае также следует полагать, что динамика плотности вероятности $W(h, \Delta)$ изменения случайной величины h на «отрезке» $[-K, +K]$ в течение «перенормированного времени» $\Delta = U\tau$ описывается уравнением диффузии с эффективным коэффициентом D_h .

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе показано, что проявления аномальной диффузии в реальных процессах более разнообразны, чем это принято думать. В частности, в динамике многих природных процессов, представляемой временными рядами – изменяющимися во времени значениями измеряемых переменных $V(t)$, могут быть выделены хаотические составляющие, эволюционная динамика которых описывается соотношениями, характерными для аномальной диффузии. Проблемы эффективного выделения вкладов исследуемых сигналов в различных частотных диапазонах разрешаются в общем феноменологическом подходе к анализу сложных сигналов $V(t)$ – фликкер-шумовой спектроскопии. При соответствующем анализе наряду с хаотическими «случайными блужданиями», характеризующими скачкообразные изменения значений динамических переменных $V(t)$ под воздействием хаотически изменяющихся сторонних факторов, в динамике анализируемых процессов проявляются и другие составляющие. Здесь имеется в виду набор специфических для каждого природного процесса более низкочастотных, нежели стохастические изменения значений $V(t)$, «резонансов» и их интерференционных вкладов, а также более высокочастотных «всплесковых» хаотических составляющих. При этом следует указать, что во всех исследуемых до настоящего времени проявлениях аномальной диффузии имелось в виду соответствие разнообразных случайных «блужданий» общей зависимости (1), характеризующей процесс в практически неограниченной (для рассматриваемых случаев) среде. Приводимые же в данной статье примеры с соответствующим анализом временных

рядов $V(t)$ относятся к случаям, когда для флуктуационных изменений динамической переменной по прошествии некоторого интервала T_1 времени устанавливаются значения среднеквадратичного отклонения, и соотношение (1) может выполняться лишь при относительно небольших временных интервалах $\tau \ll T_1$. И на этом пути удалось в самых разных сложных процессах увидеть простую модельную сущность хаотической составляющей сигналов, формируемой последовательностью нерегулярностей-скачков, осознать «сложность настоящей простоты», о которой писал Леонид Филатов.

Работа была поддержана РФФИ (грант 08-02-00230 *a*).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Олемский А.И., Харченко Д.О. Самоорганизация самоподобных стохастических систем. Москва-Ижевск: R&C Dynamics. 2007. 296 с.
2. Учайкин В.В. Метод дробных производных. Ульяновск: «Артишок». 2008. 512 с.
3. Gitterman M. // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. N 5. P. 6065.
4. Zaslavsky G.M. Physics of Chaos in Hamiltonian System. London: Imperial College Press. 1998.
5. Klafter J., Blumen A., Shlesinger M.F. // Phys. Rev. A. 1987. V. 35. N. 7, P. 3081.
6. Тимашев С.Ф. Фликкер-шумовая спектроскопия: информация в хаотических сигналах. М.: Физматлит. 2007. 248 с.
7. Timashev S.F., Polyakov Yu.S. Review of flicker noise spectroscopy in electrochemistry. Fluctuation and Noise Letters. 2007. V. 7. N. 2. P. R15-R47; <http://arxiv.org/abs/0812.0030>
8. Тимашев С.Ф. Информационная значимость хаотических сигналов: фликкер-шумовая спектроскопия и ее приложения. Электрохимия. 2006. Т.42. №5. С. 480-524
9. Timashev S.F., Polyakov Yu.S., Yulmetyev R.M., Demin S.A., Panischev O.Yu., Shimojo S., Bhattacharya J. Analysis of biomedical signals by flicker-noise spectroscopy: identification of photosensitive epilepsy using magnetoencephalograms. Laser Physics. 2009. V. 19. N.4. P. 836-854; <http://arxiv.org/abs/0811.2509>
10. Шустер Г. Детерминированный хаос. Введение / Пер. с англ. Ф.М. Израйлева, М.И. Малкина, А.М. Реймана; под ред. А.В. Гапонова-Грехова, М.И. Рабиновича. – М.: Мир, 1988. – 240 с.
11. Берже П., Помо И., Видадь К. Порядок в хаосе. О детерминистском подходе к турбулентности / Пер. с фран. Ю.А. Данилова. – М.: Мир, 1991. – 368 с.
12. Kantz H, Schreiber T. Nonlinear time series analysis. – 2-nd ed. – Cambridge: Cambridge University Press, 2004. – 365 p.

13. Федер Е. Фракталы / Пер. с англ. Ю.А. Данилова, А. Шакурова. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
14. Yulmetyev R.M., Hanggi P., Yulmetyeva D.G., Shimojo S., Khusaenova E.V., Watanabe K., Bhattacharya J. // *Physica A*. 2007. V. 383. P. 443.
15. Мисуркин П.И., Тимофеева В.А., Вершок Д.Б., Тимашев П.С., Кузнецов Ю.И., Соловьева А.Б. Параметризация поверхности магнетитных покрытий на низкоуглеродистой стали по данным атомно-силовой микроскопии. // *Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования*. 2008. № 11. С. 57-68.
16. Монин А.С., Полубаринова-Кочина П.Я., Хлебников В.И. *Космология, Гидродинамика, Турбулентность*. М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. литературы, 1989, 327 с.
17. Фриш У. *Турбулентность. Наследие А.Н. Колмогорова*. М.: ФАЗИС, 1998, 344 с.

“ANOMALOUS DIFFUSION” IN THE DYNAMICS OF COMPLEX PROCESSES

*S.F. Timashev, **Yu.S. Polyakov, ***P.I. Misurkin, *S.G. Lakeev
 Karpov Institute of Physical Chemistry, Moscow 105064, Russia
 USPolyResearch, Ashland, PA 17921, USA

***Semenov Institute of Chemical Physics, Russian Academy of Science, Russia

Our study shows that many complex signals represented as time series and spatial series of dynamic variables may contain chaotic components the temporal and spatial changes of which are controlled by anomalous diffusion – subdiffusion ($H_1 < 0.5$) and superdiffusion ($H_1 > 0.5$), where H_1 is the Hurst constant. For the Fickian (“normal”) diffusion H_1 is equal 0.5. The study is performed using Flicker-Noise Spectroscopy, toolset for the analysis of time and space series. The procedure of analysis includes two basic steps: the separation of low-frequency components, attributed to resonances and their interference, from the source signals produced by open real systems and the analysis of the remaining chaotic components. Our study demonstrates that anomalous diffusion manifests itself in electric potential fluctuations in an electromembrane system with overlimiting current density, X-ray emission dynamics of astrophysical objects, neuromagnetic responses to an equiluminant flickering stimulus of different color combinations applied to a group of control human subjects, and in surface “roughness profiles” recorded by atomic force microscopy.